

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

توصیف درس

# الگوریتم‌های طیفی گراف

بهار ۹۷-۱۳۹۶

# توصیف درس

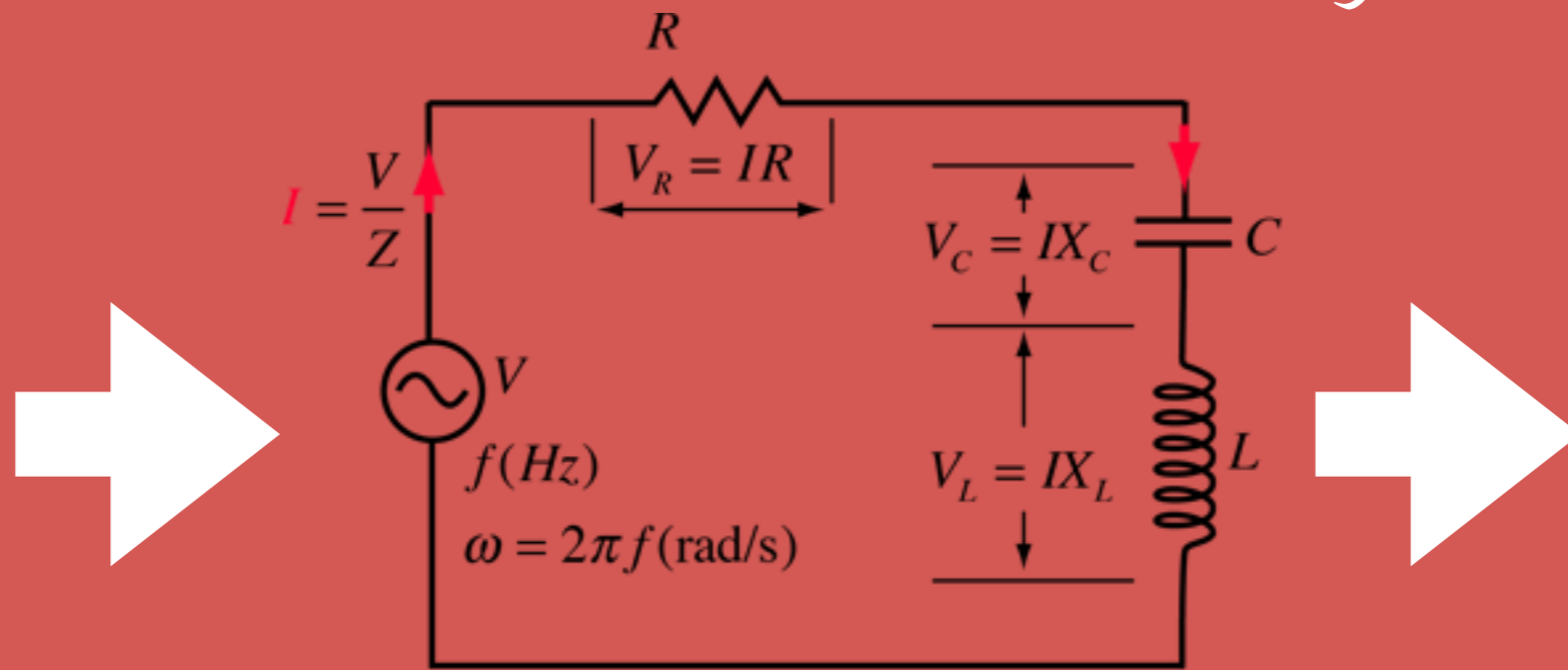
- رابطه طیف ماتریس مجاورت با خواص گراف

$$\mathbf{A}_H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



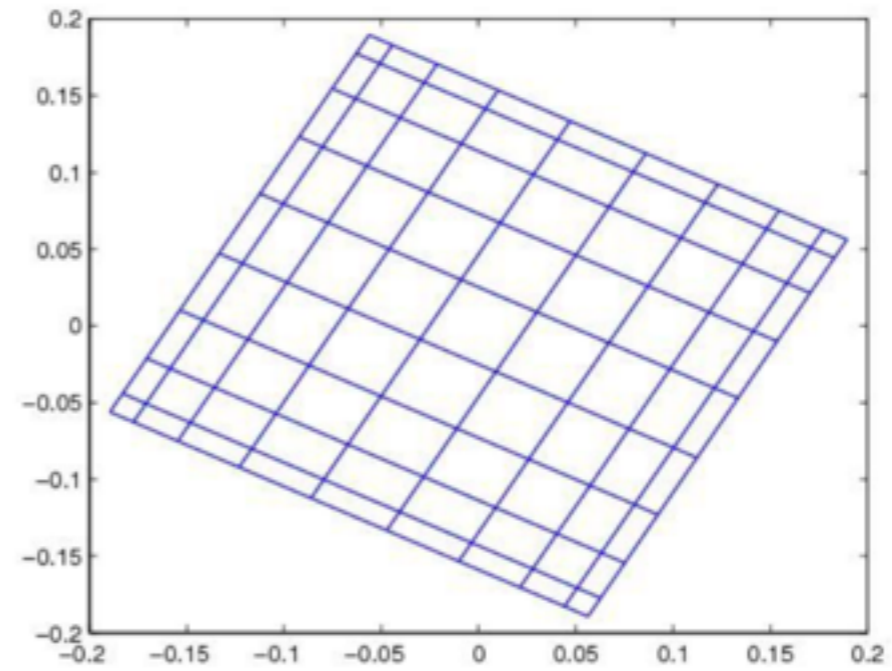
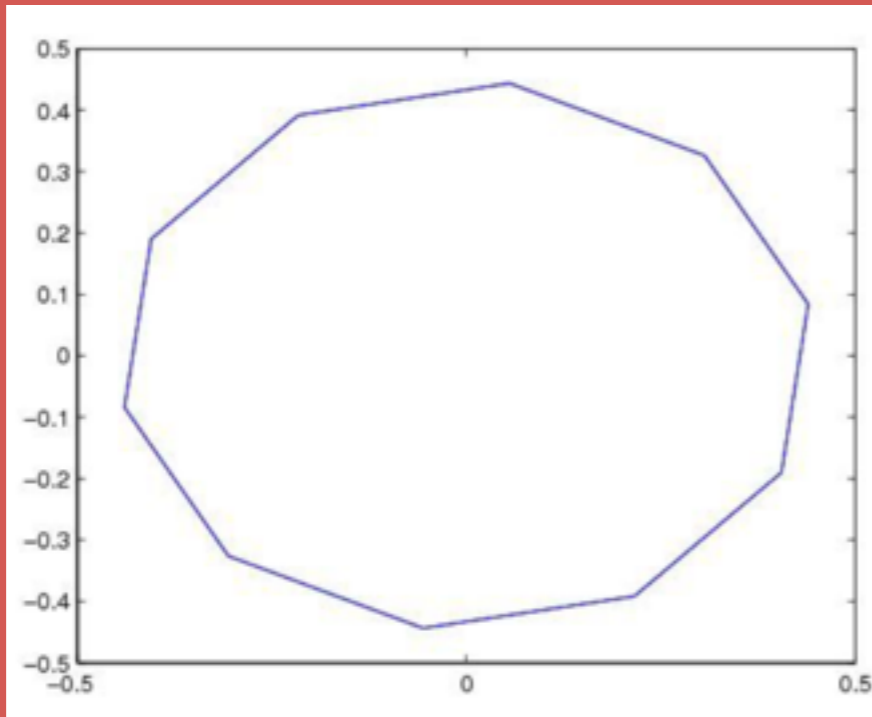
# طیف ماتریس مجاورت

• طیف یک مدار

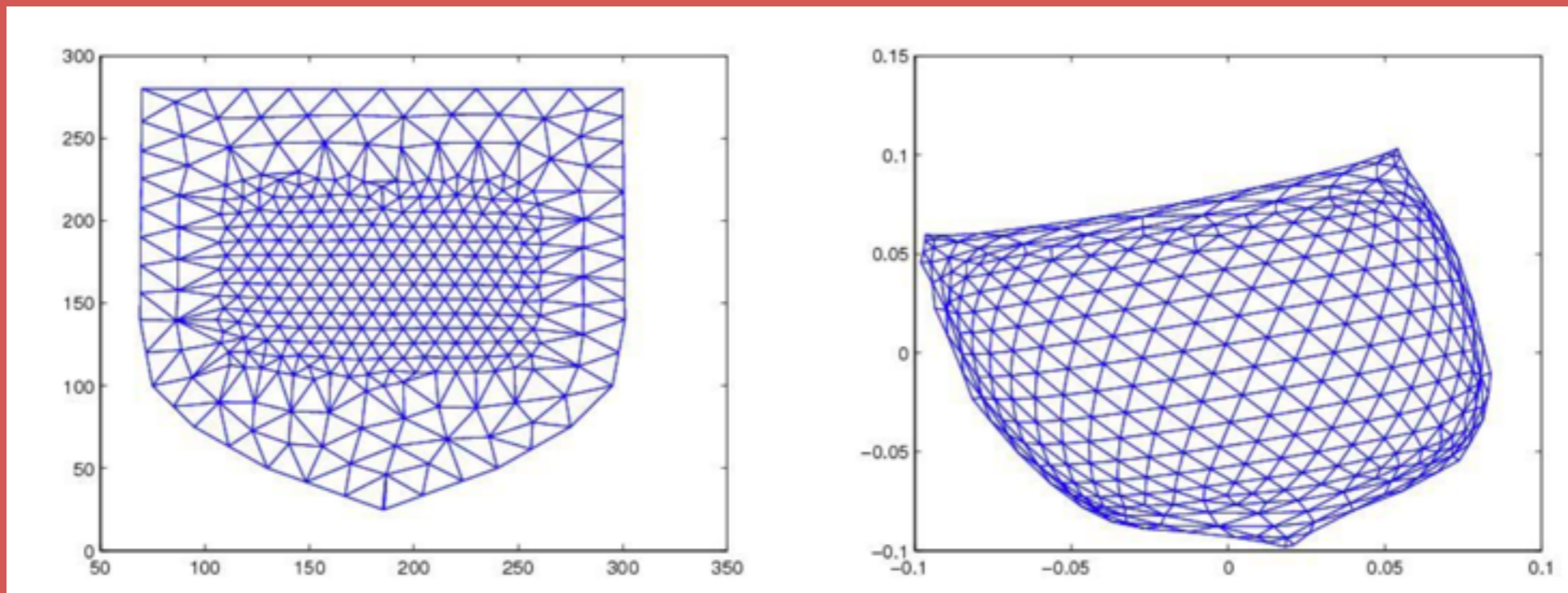


$$\mathbf{A}_H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

# مثال: ترسیم گراف



# مثال: ترسیم گراف (ادامه)



# الگوریتم‌های طیفی گراف

- تولید الگوریتم
- برای مساله‌های گراف
- با استفاده از ماتریس مجاورت
- به خصوص طیف ماتریس مجاورت

# چرا الگوریتم‌های طیفی مهم‌اند؟

۱- سرعت



# چرا الگوریتم‌های طیفی مهم‌اند؟ (۲)

**Theorem 1.1 (Informal).** Let  $N, n \in \mathbb{N}$ , and let  $\mathcal{A}, \mathcal{B}$  be sets of real numbers. Let  $\mathcal{I}$  be a family of instances over  $\mathcal{A}^N$ , and let  $\mathcal{P}$  be a decision problem over  $\mathcal{I}$  with  $X = \mathcal{B}^n$  the set of possible solutions to  $\mathcal{P}$  over  $\mathcal{I}$ . Let  $\{g_j(x, I)\}$  be a system of  $n^{O(d)}$  polynomials of degree at most  $d$  in the variables  $x$  and constant degree in the variables  $I$  that encodes  $\mathcal{P}$ , so that

- for  $I \sim_\nu \mathcal{I}$ , with high probability the system is unsatisfiable and admits a degree- $d$  SoS refutation, and
- for  $I \sim_\mu \mathcal{I}$ , with high probability the system is satisfiable by some solution  $x \in X$ , and  $x$  remains feasible even if all but an  $n^{-0.01}$ -fraction of the coordinates of  $I$  are re-randomized according to  $\nu$ .

Then there exists a matrix whose entries are degree- $O(d)$  polynomials  $Q : \mathcal{I} \rightarrow \mathbb{R}^{\binom{n}{\leq d} \times \binom{n}{\leq d}}$  such that

$$\mathbb{E}_{I \sim \nu} [\lambda_{\max}^+(Q(I))] \leq 1, \quad \text{while} \quad \mathbb{E}_{I \sim \mu} [\lambda_{\max}^+(Q(I))] \geq n^{10d},$$

where  $\lambda_{\max}^+$  denotes the maximum non-negative eigenvalue.

Hopkins, Samuel B., et al. "The power of sum-of-squares for detecting hidden structures." *arXiv preprint arXiv:1710.05017*(2017).



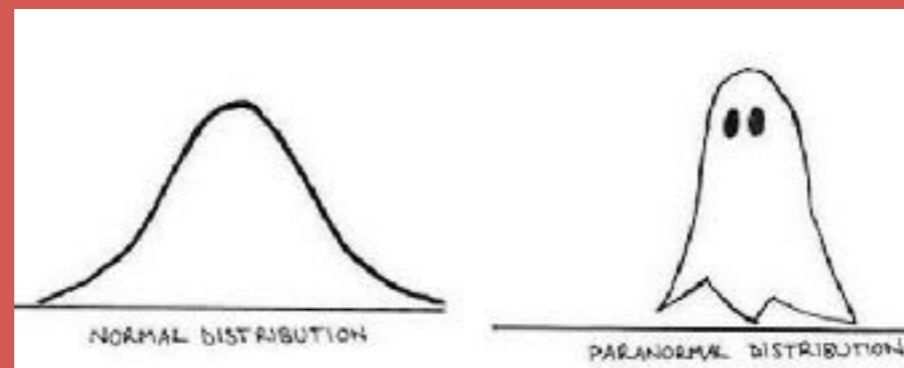
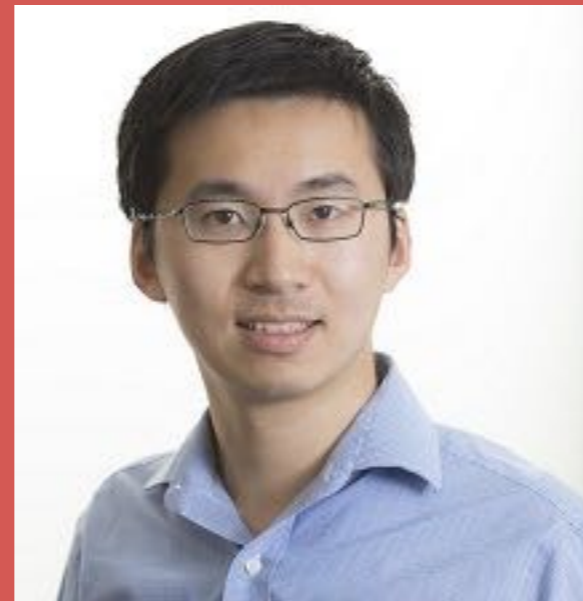
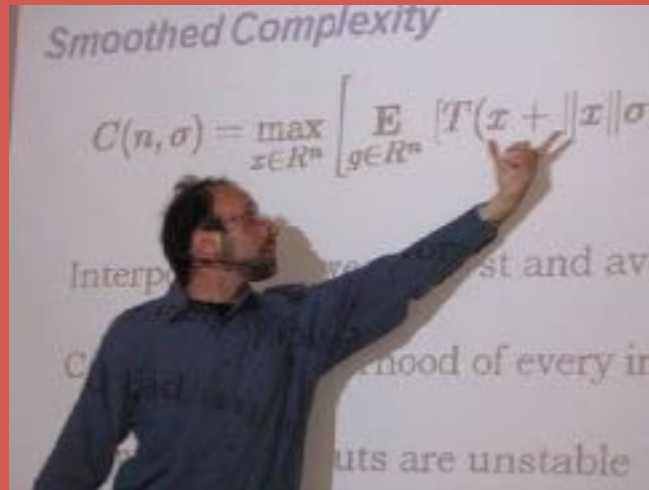
# مباحث درس

- مقدار ویژه و رابطه‌اش با گراف
- هم‌بندی و گراف: برش بیشینه
- گشت تصادفی:
- توزیع تعادل در گشت،
- جریان الکتریکی،
- حل دستگاه لاپلاسین،
- شار بیشینه
- تنک‌سازی گراف: گراف مسطح
- تنک‌ترین برش

# پیش نیاز

- لازم: الگوریتم، گراف، جبر خطی
- مفید: برنامه ریزی خطی

# منابع



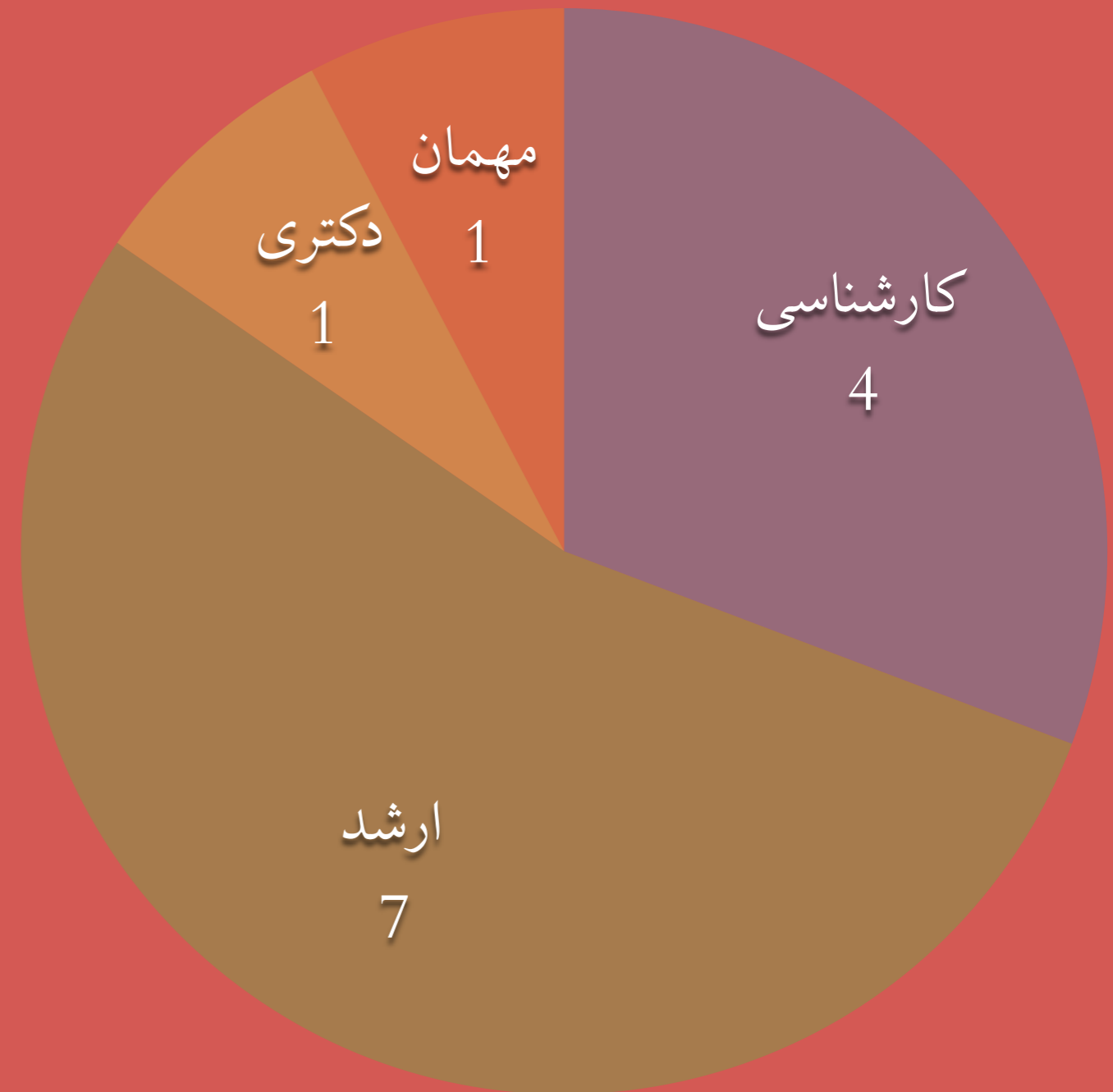
# SPECTRAL GRAPH THEORY

FALL 2016

David P. Williamson

# ثبت نامی ها

مقطع تحصیلی



دانشکده



# نمره دهی

نمره	موضوع
7	پایان ترم
5	میان ترم
5	کوئیز
2	ارائه
1	جزوه نویسی
20	جمع

# کمک مدرس ها

- آقای مرتضی علیمی

# توصیه‌ها

- عضو CW شوید.
- تقلب نکنید.
- غر و چانه نزنید کم بزنید.
- با درس جلو بیایید و در نهایت خودتان نمره مورد نیازتان را بگیرید.
- هوای خودتان را داشته باشید.



بالتشکر